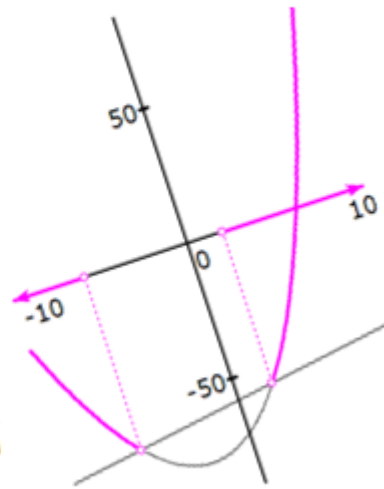


Algecadabra

2009-01

auteur: Ton Leduse

$$\sqrt{2^{1/4}} = \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$
$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{4+7} = \sqrt[3]{11}$$
$$2x^2 - 5x = 4$$
$$3,5 \text{ cm}^3 = \dots \text{ m}^3$$
$$5 - (7 - 3 \times 4 + 36 : 3^2) =$$



Visiria Uitgeversmaatschappij Twisk



Inhoudsopgave

Inleiding; de user interface	4
De demoversie	7
Het beginvenster	8
Wiskunde	10
Rekenen met uitleg	10
Gehele getallen	10
Getallen onder elkaar	11
De verhoudingstabel	11
Breuken	12
Staartdelen	12
Procenten	13
Het metrieke stelsel	13
Lineaire vergelijkingen	14
Wortels herleiden	14
Kwadratische vergelijkingen	15
Algebra I	16
Herleiden van machtsvormen	16
Haakjes uitwerken (basis)	17
Haakjes uitwerken (uitgebreid)	17
Rekenen oefenen zonder uitleg	18
Gehele getallen (eenvoudig)	18
Breuken (spelletje)	19
Bovenbouw met uitleg	20
Exponentiële vergelijkingen	20
Machtsvergelijkingen	21
Goniometrische vergelijkingen	21
Absolute waarde vergelijkingen	22
Wortelvergelijkingen	22
Differentiëren	23
Machten	23
Productregel	23
Quotiëntregel	23
Kettingregel	23
Ketting- en productregel	23
Logaritme functies	23
Exponentiële functies	23
Sinusoïden	23
Door elkaar	23
Primitiveren	24
Machtsfuncties	24
Macht van lineaire functies	24
Logaritme functies	24
Exponentiële functies	24
Sinusoïden	24
Door elkaar	24

Algebra II	25
Lineaire functie opstellen	25
Exponentiële functie opstellen	26
Logaritmen (1)	26
Logaritmen (2)	27
Groeifuncties herleiden	27
Groeifunctie als 10-macht	27
Kwadratische ongelijkheden	28
Logaritmische ongelijkheden	29
Bovenbouw oefenen zonder uitleg	30
Breuken en algebra	30
Natuurkunde	31
De lenzenformule	31
Economie	32
Percentages	32

Inleiding; de user interface

Algecadabra is een programma voor de bevordering van rekenvaardigheid. Met name zonder rekenmachine.

Het idee is dat de gebruiker (leerling) de rekenvaardigheden, die zijn aangeleerd op de basisschool, onderhoudt en verbetert. De leerling kiest een rekenkundig onderwerp. Het programma genereert telkens een opgave op het scherm. Van de leerling wordt dan verwacht dat hij de opgave eerst probeert zelf op te lossen. Soms met alleen hoofdrekenen, meestal met een kladblaadje erbij. Maar zonder rekenmachine!

Zodra de leerling de opgave gemaakt heeft (of als hij niet verder kan), kan de uitwerking worden gevraagd. In gedetailleerde stapjes wordt deze getoond, waarbij per stap met een hint wordt toegelicht. De opgave kan worden nagekeken, vergissingen opgespoord. En wanneer de leerling iets niet begrijpt, kan hij een afdruk van het scherm maken, om in de klas de docent om uitleg te vragen. Een groot voordeel hierbij is, dat de leerling kan aangeven tot waar hij het nog begrijpt, en waar (op detailniveau) de leerling vastloopt.

Per onderwerp kan het niveau worden ingesteld. Hierdoor blijft elk onderwerp ook uitdagend voor de hogere leerjaren. Om een voorbeeld te noemen: ook in de eindexamenklassen moet regelmatig geoefend worden met breuken.

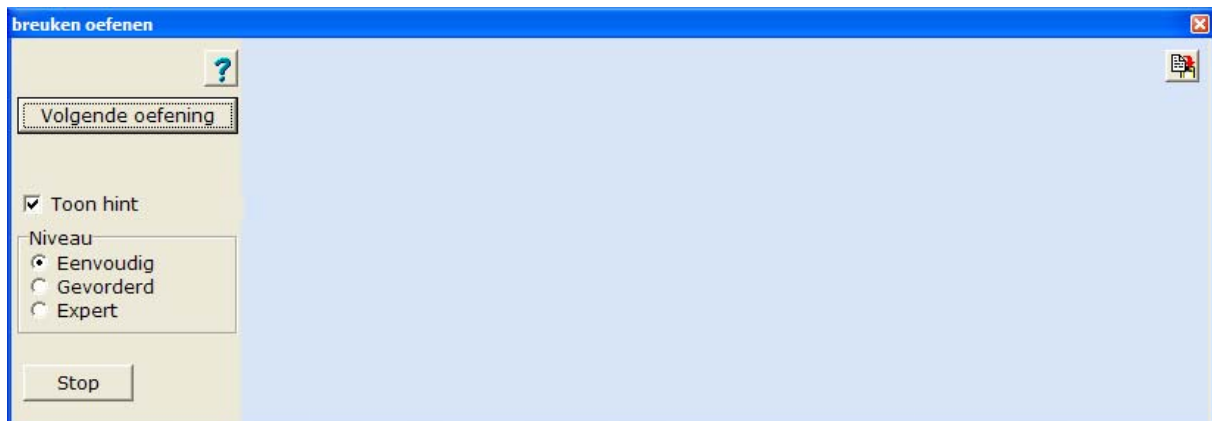
Naast de oefeningen met uitleg zijn er ook faciliteiten ingebouwd als test. Er worden dan opgaven gegenereerd, waarbij de gebruiker wordt uitgedaagd een antwoord in te toetsen. Er verschijnt geen uitleg, maar wel wordt een score bijgehouden en soms ook de tijd. Op deze wijze kan gevarieerd worden geoefend.

Het programma werkt met vrijwel schermvullende vensters, waarbij wordt uitgegaan van een schermresolutie van minimaal 768 bij 1024 pixels. De lettergrootte is optimaal, zodat elke berekening binnen het scherm past en toch zo groot mogelijk oogt. Dit is vooral geschikt bij beamergebruik. In een klassikale situatie kan de docent het programma gebruiken voor klassikale training. Zodra een opgave wordt gegenereerd, kunnen de leerlingen (individueel of samenwerkend) de opgave proberen op te lossen. Wanneer de docent vindt dat men toe is aan een volgende rekenstap, kan deze worden opgevraagd. Er kunnen hints worden opgevraagd die uitleg geven bij elke betreffende stap. Deze kunnen ook onderdrukt worden, naar believen van de docent.

Het programma ondersteunt het aansturen door middel van een presentatie-afstandsbediening. Dit is meestal een ontvangertje-op-usbpoort + afstandsbediening, waarbij de afstandsbediening twee knopjes heeft. Bij bijvoorbeeld Powerpoint kun je daarmee door de presentatie (heen en terug)bladeren, bij Algecadabra geeft een linker-klik een nieuwe opgave, een rechterklik de volgende rekenstap. De docent kan op deze manier vanuit elke positie in het klaslokaal de oefeningen sturen, terwijl hij leerlingen individueel uitlegt.

Om de userinterface van de modules nader te beschouwen, kiezen we hier voor het rekenen met breuken.

Uitgangspositie is het volgende venster (dat in werkelijkheid hoger is):



Het knopje met het vraagteken geeft uitleg over het gebruik van dit venster. Sommige vensters bevatten extra knopjes of instellingen. Het help-knopje geeft dan uitsluitend de betekenis daarvan.

Met het kopiëerknopje rechtsboven kan de berekening worden gekopieerd naar het klembord, bijvoorbeeld om te kopiëren in een tekstverwerker. Op deze wijze kan een verzameling opgaven worden samengesteld, al dan niet met uitwerkingen.

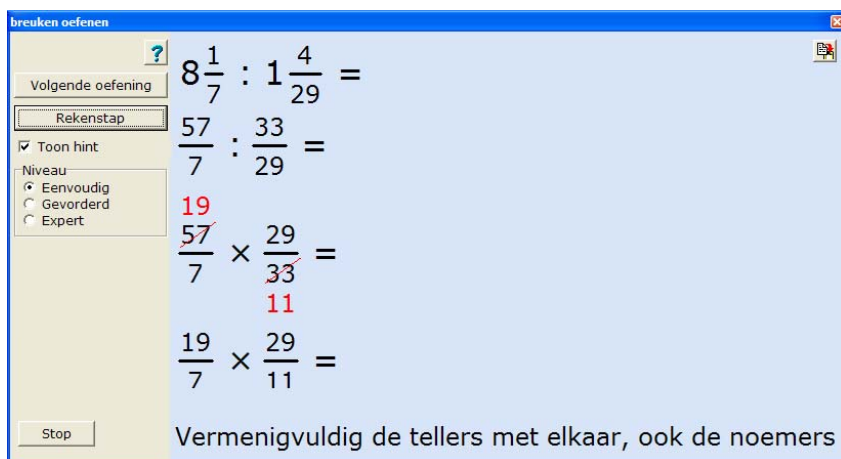
Wanneer de "toon hint" checkbox wordt aangevinkt, wordt elke rekenstap voorzien van een korte uitleg die (om de berekening niet te ontsieren) onderin in het venster verschijnt.

Het niveau bepaalt de grootte van de gebruikte getallen in tellers en noemers. De geoefende leerling kan aldus ook met wat zwaardere breuken oefenen.

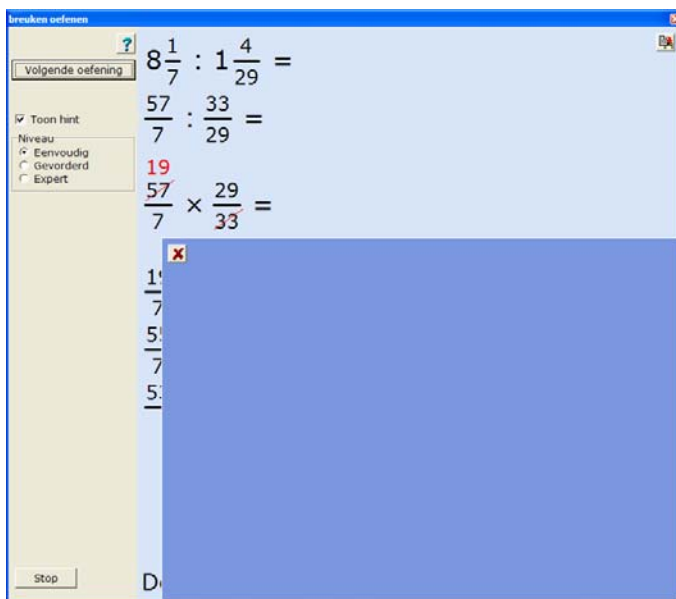
Door op [volgende oefening] te drukken, verschijnt een opgave bovenin het lichtblauwe deel van het venster. Desgewenst kan de gebruiker een opgave overslaan door op deze knop te blijven klikken tot een opgave verschijnt die geschikt wordt geacht. Wil je bijvoorbeeld een deling oefenen en er verschijnt een optelling, blijf dan klikken tot je een gewenste opgave krijgt.

Ook verschijnt er een knop [rekenstap].

Nadat de opgave is verschenen wordt van de gebruiker verwacht dat hij de opgave op papier (of met hoofdrekenen) maakt. Tijdens dit rekenwerk, of achteraf, kan, door herhaaldelijk op de knop [rekenstap] te klikken, telkens een volgende rekenstap worden opgevraagd. Hiernaast een voorbeeld halverwege een deling van twee breuken.



Het kan gebeuren dat de gebruiker (of een leerling in de klas) even door de bomen het bos niet meer ziet. Het gaat bijvoorbeeld ietwat te snel voor hem. Dan kan een deel van de berekening worden afgeschermd door op de berekening te dubbelklikken. De berekening wordt afgedekt door een 'blauw blaadje', dat met de muis kan worden verslept. Op deze wijze kan een deel van de berekening worden afgedekt waardoor er geconcentreerd kan worden op het deel dat van toepassing is.

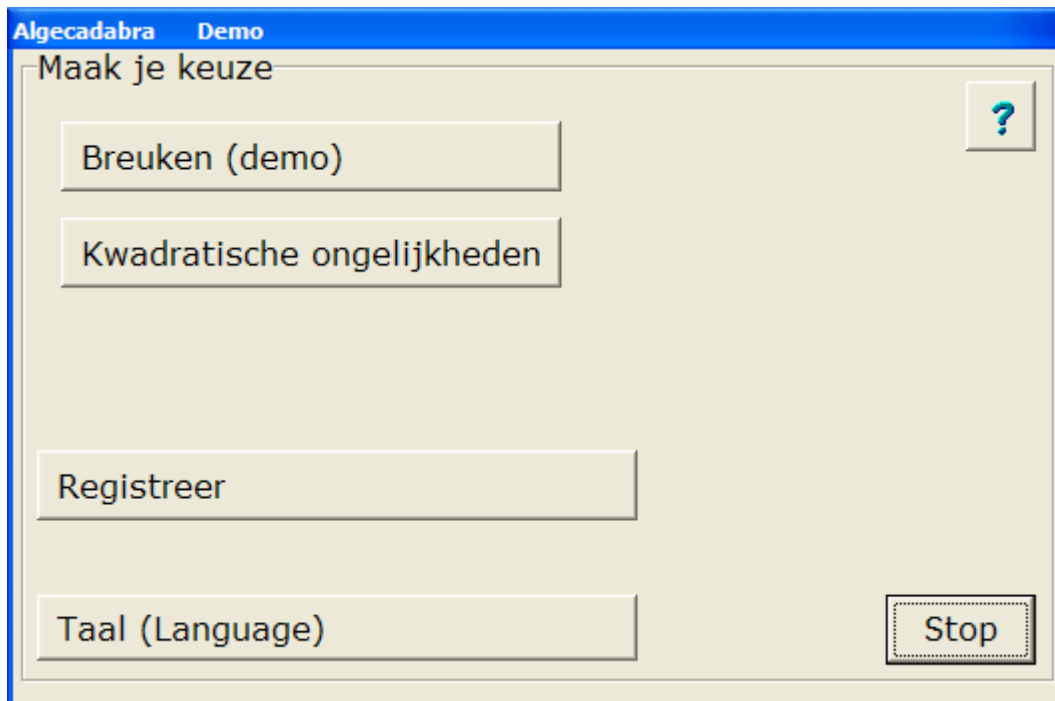


Dat blauwe blaadje verdwijnt weer door erop te dubbelklikken (of op het kruisje rechtsboven op dat blaadje).

De module wordt afgesloten door op [stop] te klikken, of door op het kruisje rechtsboven in de blauwe balk te klikken.

De eerste keer

Wanneer het programma wordt geïnstalleerd werkt het vooralsnog als demo. Het volgende startscherm verschijnt dan:



Er zijn in de demo twee onderwerpen te kiezen: breuken en ongelijkheden. De gebruiker kan dan in deze modules werken en kan zien hoe de userinterface eruit ziet en opgaven genereren. Maar halverwege de uitwerking wordt deze afgebroken met de melding dat het een demo betreft. Aldus krijg je een indruk van het programma.

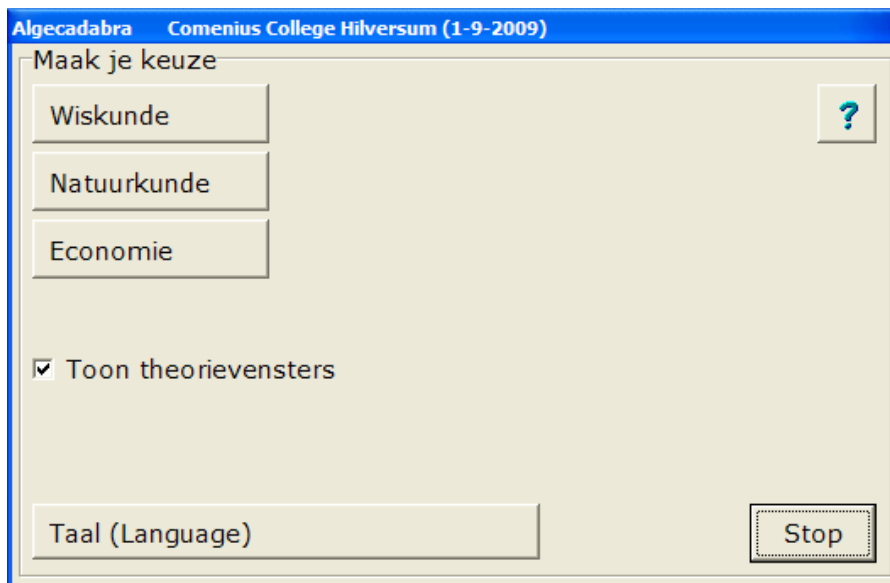
Wanneer het programma met licentie is aangeschaft kan op de knop [registreer] worden geklikt waarna het (aangepaste) autorisatievenster verschijnt.



Na invoer van de geleverde codes komt de [bevestig] knop beschikbaar.

Momenteel is het programma niet alleen voor de hogere groepen van het basisonderwijs en middelbare-school-onderbouw geschikt. Tot en met de examenklassen VWO en het vervolgonderwijs is het leerzaam en verstandig de basisrekenvaardigheden met bijvoorbeeld breuken en wortels te blijven oefenen.

Het beginvenster



In elk venster kom je het knopje tegen met het blauwe vraagteken erop. Dit is het help-knopje. Het geeft een venster waarin uitleg wordt gegeven bij het gebruik van het venster.

Er zijn twee talen beschikbaar; Nederlands en Engels. Gewoon de [taal] knop klikken en kiezen voor Nederlands of Engels. Er kan tijdens het werken met het programma tussen deze twee talen worden gewisseld.

Op de donkerblauwe bovenrand van het venster staat de naam van de school die het programma heeft gekocht. Tussen haakjes staat erachter tot welke datum de registratie geldig blijft.

Voor [natuurkunde] en [economie] zijn momenteel slechts enkele toepassingen beschikbaar. Onder de knop [wiskunde] bevinden zich veruit de meeste toepassingen:

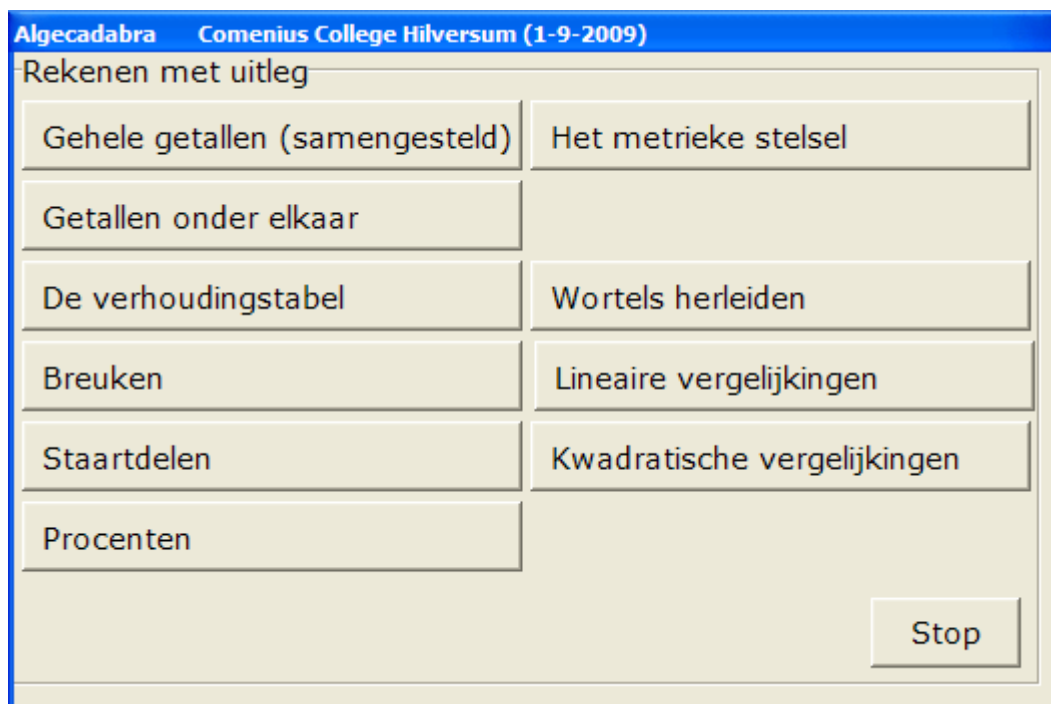


De eerste twee knoppen zijn voor het rekenen van eind-basisschool niveau tot en met eind basisvorming.

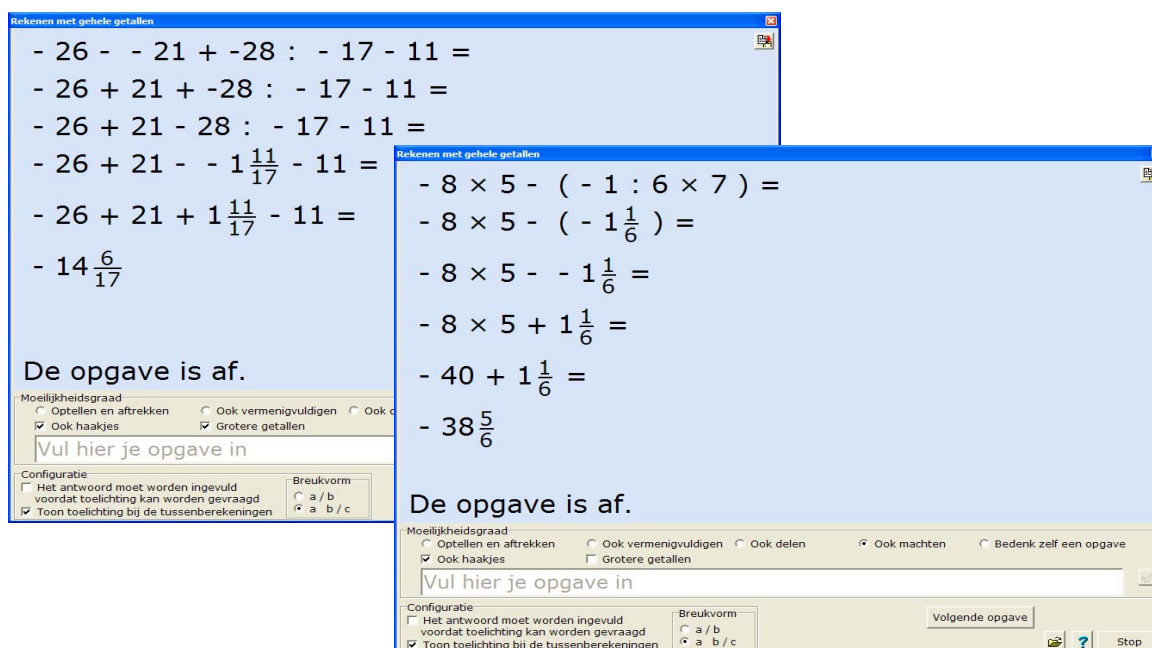
- Rekenen met uitleg
Er worden opgaven gegenereerd bij de beschikbare onderwerpen waarbij een uitgebreide uitwerking met uitleg wordt getoond.
- Rekenen oefenen zonder uitleg
Er worden opgaven gegenereerd waarbij de gebruiker wordt gevraagd het antwoord in te vullen. Er wordt geen uitleg gegeven. Wel wordt getoond of het antwoord correct of fout is. Vaak wordt dan ook het juiste antwoord getoond.

De derde en vierde knop geven onderwerpen die geschikt zijn voor de tweede fase van HAVO en VWO.

Rekenen met uitleg



- Gehele getallen (samengesteld)
 In een opgave worden de operaties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, het tegengestelde nemen, de haakjes en machten geoefend. Het gaat hierbij met name om de prioriteit per operatie:
 - eerst binnen haakjes uitwerken
 - dan de machten
 - dan (van links naar rechts) de vermenigvuldigingen, delingen en het nemen van het tegengestelde
 - dan (van links naar rechts) het optellen en aftrekken



- Getallen onder elkaar
Het aloude onder elkaar plaatsen van twee grotere getallen om deze op te tellen, af te trekken of te vermenigvuldigen. Met animatie!

9692
7854 x

38768

Tussenberekening

9692
5x

10
450
3000
45000 +

484600

484600

5 x 9692 =

- De verhoudingstabel
Alle invalshoeken om handig te vereenvoudigen komen hier aan bod

36 42 30 3
24 2

x 10

: 12

81%

Volgende oefening Moeilijkheidsgraad
 Eenvoudig Gevorderd Expert

Check Stop

- Breuken
 Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van twee breuken.
 Wanneer moet je ook al weer gelijknamig maken?
 Hoe ging delen ook al weer?
 Hoe kun je onderweg alvast vereenvoudigen?
 Een voorbeeld:

breuken oefenen

Volgende oefening

Toon hint

Niveau

Eenvoudig

Gevorderd

Expert

$\frac{69}{80} \times 1 \frac{7}{18} =$

$\frac{23}{80} \times \frac{5}{18} =$

$\frac{23}{16} \times \frac{5}{6} =$

$\frac{115}{96} =$

$\frac{96 + 19}{96} = 1 \frac{19}{96}$

Stop

De opgave is af.

- Staartdeling
 Hij is weer terug! Met animatie.

Staatdelen

Volgende oefening

Rekenstap

Toon hint

Ga door achter de komma

Niveau

Eenvoudig

Gevorderd

Expert

Pauze tijdens animatie

1000 (milliseconden)

Stop

$107 / 89830 \ \backslash 83$

$\underline{856}$

423

$\underline{321}$

102

Haal het volgende cijfer aan.

- Procenten

Je kunt werken met verhoudingstabellen als hulpje maar je kunt het gevraagde ook x stellen en een vergelijking maken en oplossen of (bij economie gebruikelijk) direct het antwoord als een expressie opschrijven en uitrekenen.

Je kunt werken met 1% als tussenstap, maar vaak kan het handiger.

2 % van _____ = 10,84

542	10,84	10,84
100 %	2 %	2 %

De oplossing: 542
De opgave is af.

- Het metrieke stelsel

Hier gaat het om omrekenen van cm naar dam, maar ook m^2 naar mm^2 . Daarnaast kan er ook omgerekend worden met inhouds of gewichten. Een voorbeeld:

$48 \text{ cm}^3 = \frac{0,000\ 000\ 048}{1\ 000\ 000\ 000} \text{ dam}^3$

Antwoord in standaardvorm: $4,8 \times 10^{-8}$

Inhoud: $\times 1000$ (from mm³ to cm³), $: 1\ 000\ 000\ 000$ (from dm³ to dam³), $\times 1000$ (from m³ to dam³)

mm³ cm³ dm³ m³ dam³ hm³ km³
(mL) (L) (kL)

- Lineaire vergelijkingen
Vergelijkingen waarin in linker- en rechterlid een lineaire uitdrukking, met haakjes, staat, worden geoefend.
Een voorbeeld (waarin de 'weegschaalmethode' is aangevinkt, herkenbaar door de rode toevoegingen):

Lineaire vergelijkingen

Volgende oefening

Toon hint Weegschaalmethode

Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert

Stop ?

$$-2 + 2(x + 2) = 4 - 3(5x + 3)$$

$$-2 + 2x + 4 = 4 - 15x - 9$$

$$2x + 2 = -15x - 5$$

$$\begin{array}{r} -2 \qquad -2 \\ \hline 2x \qquad = -15x - 7 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 15x \qquad 15x \\ \hline 17x \qquad = \qquad -7 \end{array} +$$

$$x = -\frac{7}{17}$$

De opgave is af.

- Wortels herleiden
Dit is in de basisvorming vaak nieuwe stof in de tweede klas.
Met de aangescherpte rekenvaardigheden wordt ook verlangd dat een leerling wortels in bijvoorbeeld de vorm $\sqrt{32}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, $\frac{6}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{0,125}$ kan herleiden.
Er kan gekozen worden voor herleiden met behulp van kwadraten (waarin aangemoedigd wordt delers te zoeken die kwadraten zijn) of met ontbinden in priemfactoren (waarna tweetallen gelijke priemfactoren telkens een kwadraat vormen). Bijvoorbeeld:

Wortels herleiden

Volgende oefening

Toon hint

Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert

Rekenstap

$$\sqrt{12\frac{1}{4}} =$$

$$\sqrt{\frac{49}{4}} =$$

$$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} =$$

$$\frac{7}{2} =$$

$$3\frac{1}{2}$$

Wortels herleiden

Rekenstap

Toon hint

Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert

Ontbinden
 In priemfactoren Met kwadraten

Stop

$$\sqrt{90,72} =$$

$$\sqrt{\frac{9072}{100}} = \frac{\sqrt{9072}}{\sqrt{100}} =$$

$$\frac{\sqrt{1296 \times 7}}{\sqrt{100}} = \frac{36\sqrt{7}}{10} =$$

$$9072 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$= 2^4 \times 3^4 \times 7 = 36^2 \times 7 = 1296 \times 7$$

Vereenvoudig de breuk.

Wortels herleiden

Rekenstap

Toon hint

Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert

Ontbinden
 In priemfactoren Met kwadraten

Stop

$$\sqrt{490} =$$

$$490 = 2 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$= 2 \times 5 \times \boxed{7^2} = 7^2 \times 10 = \boxed{49} \times 10$$

Schrijf het getal als produkt met kwadraten

- Kwadratische vergelijkingen
Een echte uitdaging voor de derde- en vierdeklassers.
Alle varianten worden uit de kast gehaald. Gebruik van de abc-formule wordt zoveel mogelijk ontmoedigd. De leerling kan hier echt oefenen in het zo handig mogelijk oplossen van kwadratische vergelijkingen.
Enkele voorbeelden:

Kwadratische vergelijkingen oplossen

Volgende oefening

$$-6x^2 + 24x + 30 = 0$$

$$-6(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$x = 5 \text{ of } x = -1$$

Toon hint
 Niveau
 Eenvoudig
 Gevorderd
 Expert

abc formule

Ontbinding

$$-5 =$$

$$-5 \times 1 (\neq -4)$$

$$-5 + 1 = -4$$

Toelichting

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ of } x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Kwadratische vergelijkingen oplossen

Volgende oefening

$$(5x + 3)(-x - 3) = 3$$

$$-5x^2 - 15x - 3x - 9 - 3 = 0$$

$$-5x^2 - 18x - 12 = 0$$

a = -5 b = -18 c = -12

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-18)^2 - 4 \times -5 \times -12 = 84$$

$$x = \frac{18 + \sqrt{84}}{-10} \text{ of } x = \frac{18 - \sqrt{84}}{-10}$$

Aantal decimalen
 2
 Toon hint
 Niveau
 Eenvoudig
 Gevorderd
 Expert

$x \approx -2,72 \text{ of } x \approx -0,88$
 De opgave is af.

- Algebra 1

Hieronder wordt letterrekenen verstaan voor zover dit wordt beoefend in de onderbouw van HAVO en VWO. Momenteel zijn er drie toepassingen:



- Herleiden van machtsvormen

Zelfs in de brugklasboeken vind je voorbeelden zoals hier getoond:

- Haakjes uitwerken (basis)
Hier wordt de distributieve eigenschap geoefend (en ook enige machtsbewerkingen).

The screenshot shows a window titled "Haakjes uitwerken" (Simplify brackets). The interface includes a "Volgende oefening" (Next exercise) button, a "Toon hint" (Show hint) checkbox which is checked, and a "Niveau" (Level) dropdown menu with options "Eenvoudig" (Simple), "Gevorderd" (Advanced), and "Expert". A "Stop" button and a help icon are also present. The main area displays the following exercises:

$$5x(-8x - 2) =$$

$$-40x^2 + -10x =$$

$$-40x^2 - 10x$$

A "Toelichting" (Explanation) window is open, showing the distributive property:

$$2(3p + 4) = 2 \times 3p + 2 \times 4 = 6p + 8$$

$$a(bp + c) = a \times bp + a \times c = abp + ac$$

- Haakjes uitwerken (uitgebreid)
De distributieve eigenschap wordt geoefend maar vooral ook het vereenvoudigen door gelijksoortige termen bij elkaar te nemen.

The screenshot shows the same "Haakjes uitwerken" window. The "Niveau" dropdown is now set to "Expert". The main area displays the following exercises:

$$(8x - 3)(-7x - 4) + (-4x + 6)(-5x - 6) =$$

$$-56x^2 + -32x + 21x + 12 + 20x^2 + 24x + -30x + -36 =$$

$$-36x^2 - 17x - 24$$

The "Toelichting" window is open, showing the distributive property and the FOIL method:

$$2(3p + 4) = 2 \times 3p + 2 \times 4 = 6p + 8$$

$$a(bp + c) = a \times bp + a \times c = abp + ac$$

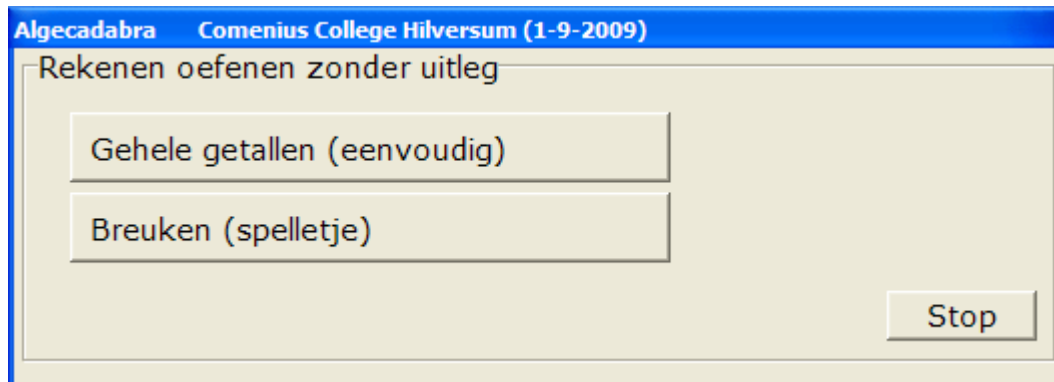
$$(a + b)(c + d) = ab + ad + bc + bd$$

$$(3p + 4)(5p + 6) = 3p \times 5p + 3p \times 6 + 4 \times 5p + 4 \times 6$$

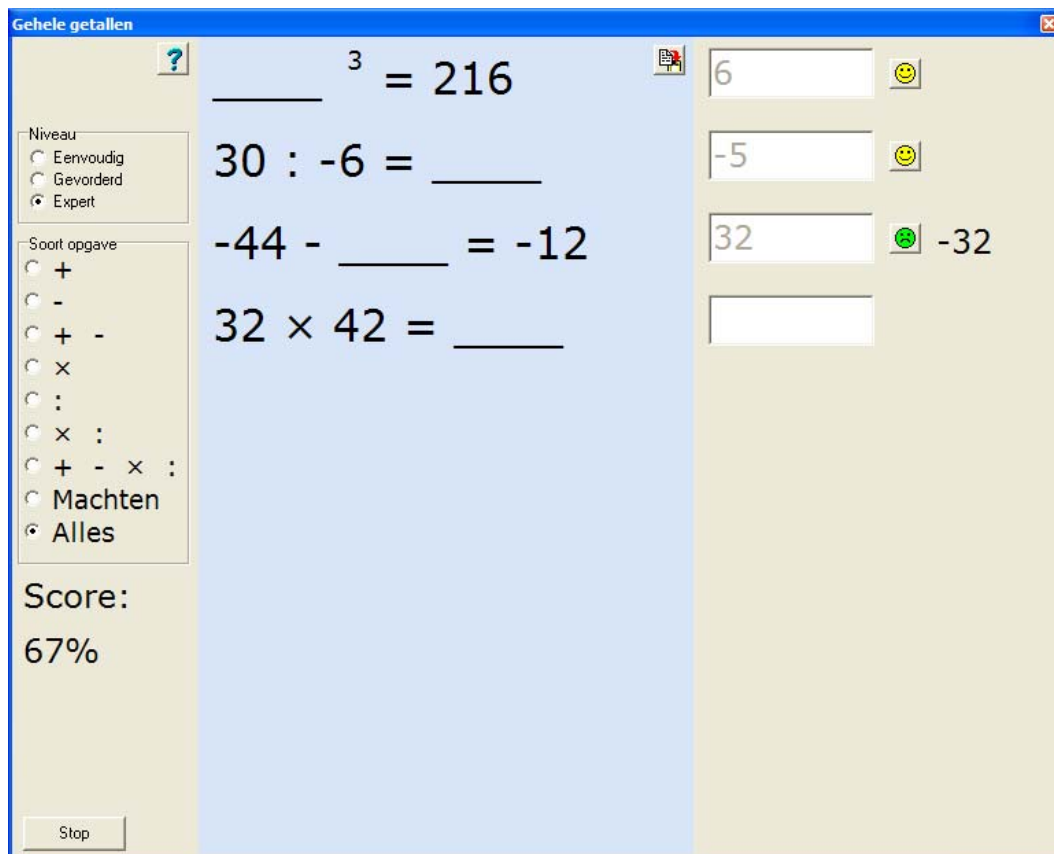
$$= 15p^2 + 18p + 20p + 24$$

$$= 15p^2 + 38p + 24$$

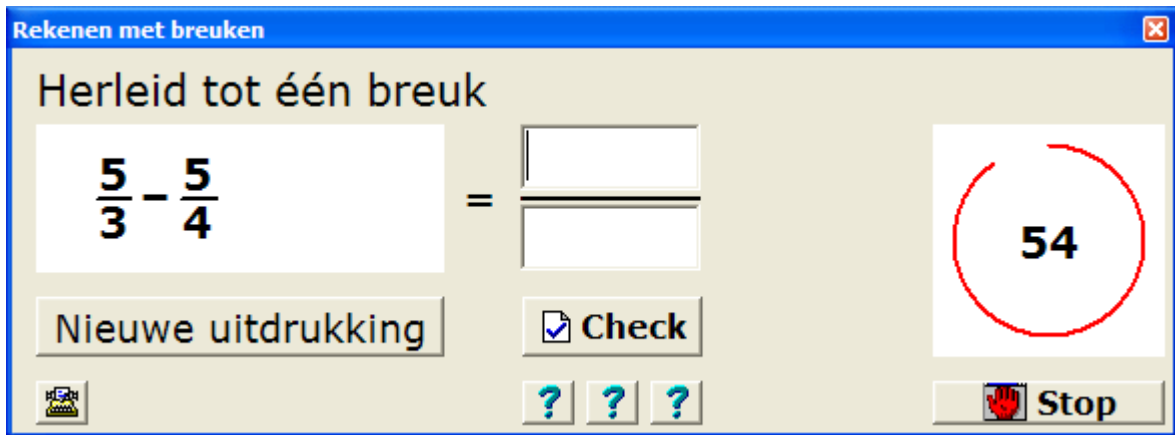
Rekenen oefenen zonder uitleg



- Gehele getallen (eenvoudig)
Tien keer wordt een opgave gegeven waarin twee getallen moeten worden opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd, gedeeld of waarbij met machten moet worden gerekend.
Het is de bedoeling dat zoveel mogelijk met hoofdrekenen het antwoord wordt uitgerekend maar een kladblaadje mag ook gebruikt worden.
Het percentage juiste antwoorden wordt bijgehouden.



- Breuken (spelletje)
Telkens moet je twee breuken optellen of aftrekken, vermenigvuldigen of delen.
Het percentage juiste antwoorden wordt bijgehouden en er is een tijdslimiet per opgave (de tijd loopt zichtbaar af.)
Er zijn ondersteunende hulpknopjes beschikbaar. Bij gebruik ervan gaat een stukje van de score af.
Er wordt automatisch een verslag op naam van gemaakt (de opgave zelf, benodigde tijd, gebruikte hulpknopjes, foutieve antwoorden).



Bovenbouw met uitleg



- Exponentiële vergelijkingen
Het algebraïsch oplossen wordt uitgebreid geoefend. Hierbij komt vooral het correcte gebruik aan bod van de formules met machten. Automatisch wordt er veel geoefend met breukrekenen. Een voorbeeld:

Exponentiële vergelijkingen

Volgende oefening

Toon hint
 Toon machten

Niveau
 Eenvoudig
 Gevorderd
 Expert

$$\frac{9}{\sqrt[5]{81}} \cdot 27^{x+4} = \frac{81}{\sqrt{243}}$$

$$\frac{3^2}{\sqrt[5]{3^4}} \cdot (3^3)^{x+4} = \frac{3^4}{\sqrt{3^5}}$$

$$\frac{3^2}{3^{\frac{4}{5}}} \cdot (3^3)^{x+4} = \frac{3^4}{3^{\frac{5}{2}}}$$

$$3^{2 - \frac{4}{5} + 3(x+4)} = 3^{4 - \frac{5}{2}}$$

$$3^{3x + \frac{66}{5}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$3x + \frac{66}{5} = \frac{3}{2}$$

$$3x = \frac{3}{2} - \frac{66}{5} = -\frac{117}{10} = -11\frac{7}{10}$$

$$x = -\frac{117}{30} = -\frac{39}{10} = -3\frac{9}{10}$$

De opgave is af.

Stop

- Machtsvergelijkingen

Lijkt sterk op het oefenen met exponentiële vergelijkingen.

De onbekende komt nu echter niet voor in de exponent maar in de grondtallen. Er wordt natuurlijk ook gelet op het aantal uitkomsten. Vaak twee indien de macht even is. Een voorbeeld:

Machtsvergelijkingen

Volgende oefening $-2 + 1,6 \cdot x^{14} = 2,7$

Toon hint

Niveau
 Eenvoudig
 Gevorderd
 Expert

Aantal decimalen
 2

$1,6 \cdot x^{14} = 2,7 + 2$

$1,6 \cdot x^{14} = 4,7$

$x^{14} = \frac{4,7}{1,6}$

$x^{14} \approx 2,94$

$x \approx 2,94^{\frac{1}{14}} \approx 1,08$

of $x \approx -1,08$

Twee uitkomsten
 (want de noemer van de macht is even)

De opgave is af.

Stop

- Goniometrische vergelijkingen

Een sinusïde wordt gelijk gesteld aan een getal. De coëfficiënten zijn zo gekozen dat er altijd een mooie uitkomst is, zonder rekenapparaat te hoeven gebruiken. Onderweg wordt flink geoefend met breuken en wortelherleidingen.

Een voorbeeld:

Goniometrische vergelijkingen

Volgende oefening $-16 \cdot \sin\left(-\frac{1}{4}\left(x - \frac{2}{5}\pi\right)\right) - \sqrt{192} = 0$

Type vergelijking
 asin(x) + d
 asin(bx) + d
 asin(x-c) + d
 asin(b(x-c))+d

Functie
 sin
 cos
 tan
 sin cos
 sin cos tan

$\sin\left(-\frac{1}{4}\left(x - \frac{2}{5}\pi\right)\right) = -\frac{\sqrt{192}}{16} = -\frac{8\sqrt{3}}{16} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\sin\left(-\frac{1}{4}\left(x - \frac{2}{5}\pi\right)\right) = \sin\left(-\frac{1}{3}\pi\right)$

$-\frac{1}{4}\left(x - \frac{2}{5}\pi\right) = -\frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi$

of $-\frac{1}{4}\left(x - \frac{2}{5}\pi\right) = \pi + \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi = \frac{4}{3}\pi + k \cdot 2\pi$

$x - \frac{2}{5}\pi = \frac{4}{3}\pi + k \cdot 8\pi$

of $x - \frac{2}{5}\pi = -\frac{16}{3}\pi + k \cdot 8\pi$

$x = \frac{4}{3}\pi + \frac{2}{5}\pi + k \cdot 8\pi = \frac{26}{15}\pi + k \cdot 8\pi$

of $x = -\frac{16}{3}\pi + \frac{2}{5}\pi + k \cdot 8\pi = -\frac{74}{15}\pi + k \cdot 8\pi$

Stop

- Absolute waarde vergelijkingen
Een mengelmoes van het gelijk stellen van een lineaire absolute waardevorm aan een getal of een lijn. Verschillende technieken komen naar voren.
Een voorbeeld:

Absolute waarden vergelijkingen (lineair)

Rekenstap Toon hint Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

$$| -3x + 2 | = -2x + 1$$

als $x \leq \frac{2}{3}$: als $x \geq \frac{2}{3}$:

$$-3x + 2 = -2x + 1 \quad 3x - 2 = -2x + 1$$

$$-3x + 2x = 1 - 2 \quad 3x + 2x = 1 + 2$$

$$-x = -1 \quad 5x = 3$$

$x = 1$ vervalt

Aanpak
 Splits de absolute waardevorm.
 $| -3x + 2 | =$
 $-3x + 2$ als $-3x + 2 \geq 0$
 $-(-3x + 2)$ als $-3x + 2 < 0$
 $| -3x + 2 | =$
 $-3x + 2$ als $x \geq \frac{2}{3}$
 $3x - 2$ als $x < \frac{2}{3}$

Los de vergelijking op.

- Wortelvergelijkingen
Vergelijkingen waarin een wortelexpressie wordt gelijk gesteld aan een lineaire vorm.
De opgaven zijn zodanig samengesteld dat de berekeningen altijd zonder rekenmachine kunnen. Met andere woorden: de berekeningen lopen soepel, het komt allemaal mooi uit.
Op deze wijze worden de algebraïsche vaardigheden geoefend zonder te verzanden in benaderde oplossingen.
Een voorbeeld:

Vergelijkingen met een wortelvorm

Volgende oefening $x - 4 + 3\sqrt{x} = 0$

Toon hint Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert
 Toon kwadraten van 11 t/m 24

$$3\sqrt{x} = -x + 4 \text{ (controlevergelijking)}$$

$$9x = (-x + 4)^2$$

$$9x = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 17x + 16 = 0$$

$$(x - 1)(x - 16) = 0$$

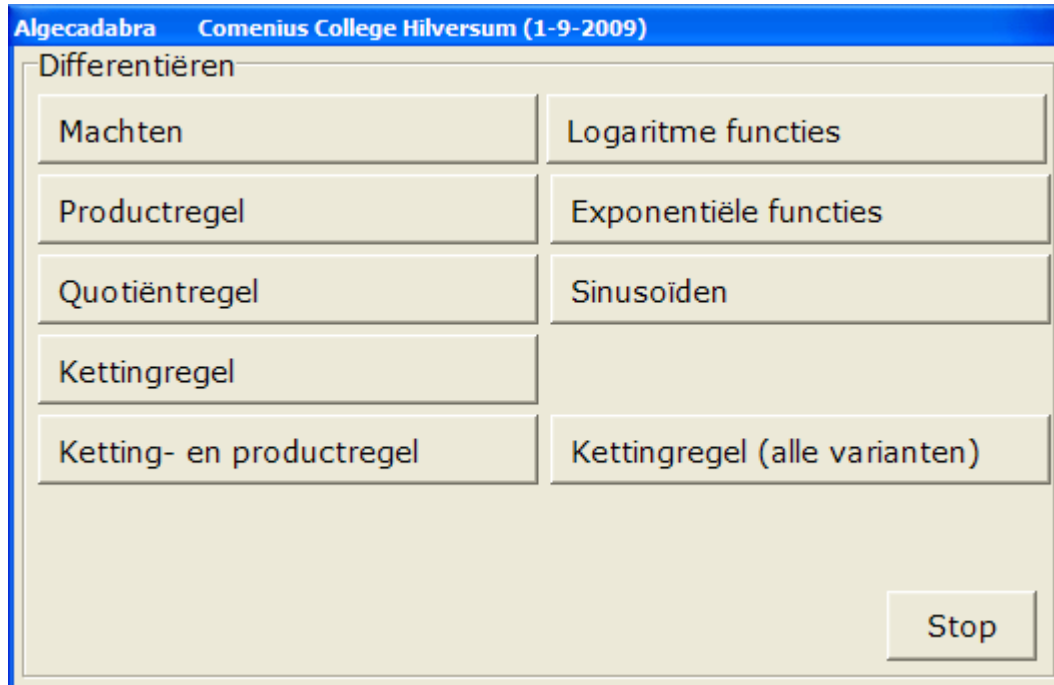
$x = 1$ of $x = 16$

$x = 1$ voldoet: $3\sqrt{1} = -1 + 4$

$x = 16$ vervalt: $3\sqrt{16} \neq -16 + 4$

De opgave is af. Stop

- Differentiëren
Er kan worden geoefend met machtsfuncties, de productregel, de quotiëntregel en de kettingregel.
Ook mengvormen kunnen worden geoefend, als mede het oefenen van logaritmische, exponentiële functies en sinusoiden. Enkele voorbeelden:



The screenshot shows the Algecadabra software interface for the 'Differentiëren (ketting- en productregel)' window. The title bar includes 'Volgende oefening', 'Toon hint', and 'Niveau' (Eenvoudig, Gevorderd, Expert). The window displays the following mathematical expressions:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x^2 + x}$$

$$f(x) = x \cdot (x^2 + x)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = x \cdot \frac{1}{2} (x^2 + x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 1) + (x^2 + x)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = x \cdot \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}} + \sqrt{x^2 + x}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + x}{2\sqrt{x^2 + x}} + \frac{2x^2 + 2x}{2\sqrt{x^2 + x}}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 + 3x}{2\sqrt{x^2 + x}}$$

De afgeleide is berekend.

The screenshot shows the Algecadabra software interface for the 'Differentiëren (quotient)' window. The title bar includes 'Volgende oefening', 'Toon hint', and 'Niveau' (Eenvoudig, Gevorderd, Expert). The window displays the following mathematical expressions:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{-2x^2 + 2x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{[x^2 - 3x]' \cdot (-2x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 3x) \cdot [-2x^2 + 2x + 1]'}{(-2x^2 + 2x + 1)^2}$$

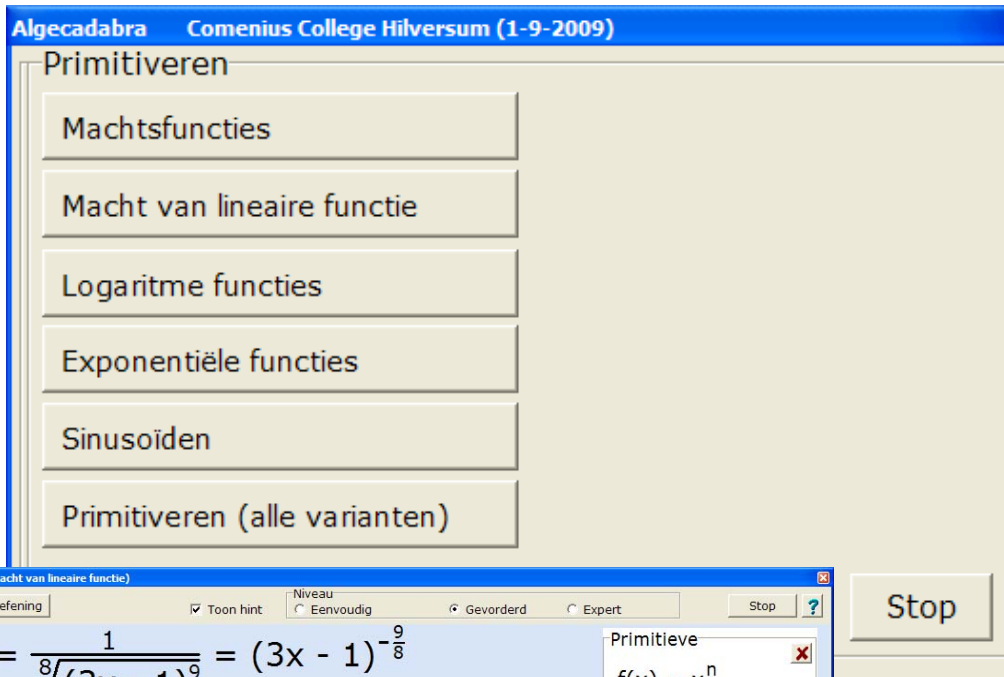
$$f'(x) = \frac{(2x - 3)(-2x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 3x)(-4x + 2)}{(-2x^2 + 2x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^3 + 4x^2 + 2x + 6x^2 - 6x - 3 + 4x^3 - 2x^2 - 12x^2 + 6x}{(-2x^2 + 2x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^2 + 2x - 3}{(-2x^2 + 2x + 1)^2}$$

De afgeleide is berekend.

- Primitiveren
Alle mogelijke combinaties kunnen worden geoefend, specifiek per functiesoort of alles door elkaar.



Primitiveren (macht van lineaire functie)

Volgende oefening Toon hint Niveau Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[8]{(3x-1)^9}} = (3x-1)^{-\frac{9}{8}}$

Probeer $F(x) = (3x-1)^{-\frac{9}{8}+1} = (3x-1)^{-\frac{1}{8}}$

Differentiër:
 $F'(x) = -\frac{1}{8}(3x-1)^{-\frac{9}{8}} \cdot 3 = -\frac{3}{8}(3x-1)^{-\frac{9}{8}}$

Dus moet F worden vermenigvuldigd met $1 : -\frac{3}{8} = -\frac{8}{3}$

Correcte primitieve:
 $F(x) = -\frac{8}{3}(3x-1)^{-\frac{1}{8}} = -\frac{8}{3\sqrt[8]{(3x-1)}}$

De primitieve F is berekend.

Primitieve

$f(x) = x^n$

$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$

Uitzondering:
 $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$
 $F(x) = \ln |x|$

Primitiveren (logaritmische functie)

Rekenstap Toon hint Niveau Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

$f(x) = 4 \cdot \ln(-2x+5)$

Probeer $F(x) = (-2x+5) \cdot \ln(-2x+5) + 2x$

Differentiër:
 $F'(x) = -2 \cdot \ln(-2x+5) + (-2x+5) \cdot \frac{1}{-2x+5} \cdot -2 + 2$
 $F'(x) = -2 \cdot \ln(-2x+5) - 2 + 2$
 $F'(x) = -2 \cdot \ln(-2x+5)$

Correcte primitieve:
 $F(x) = -2 \cdot ((-2x+5) \cdot \ln(-2x+5) + 2x)$

Primitieve

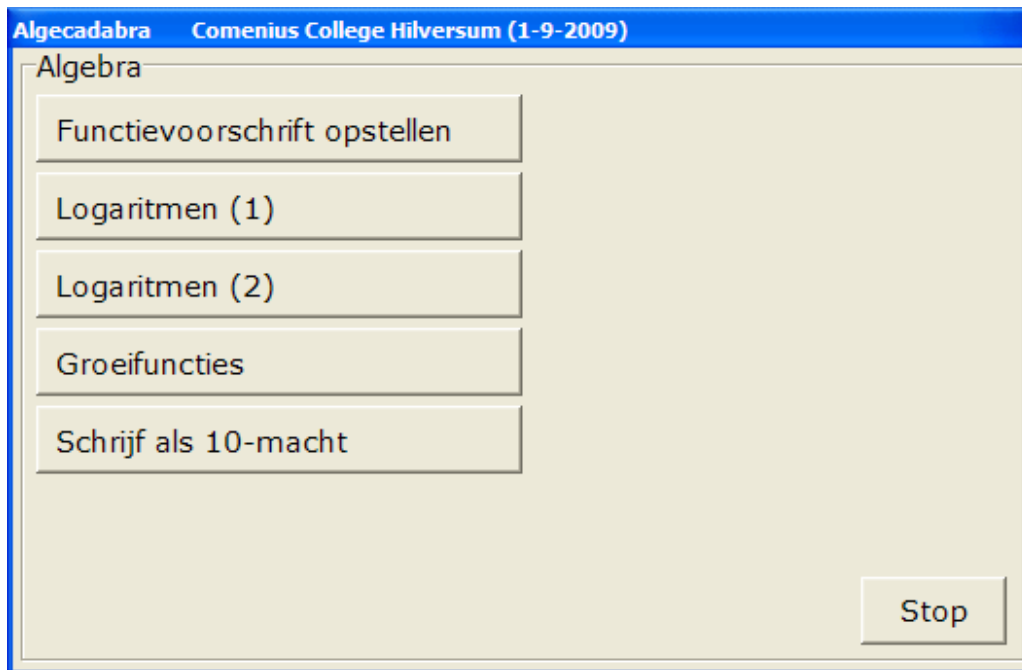
$f(x) = \ln(x)$
 $F(x) = x \ln(x) - x$

$f(x) = {}^g \log(x)$
 $F(x) = \frac{1}{\ln(g)} (x \ln(x) - x)$

- Algebra II

Bij de onderbouw-algebra ging het met name over het letterrekenen met positieve, gehele machten en het wegwerken van haakjes en vereenvoudigen.

In de bovenbouw gaat het hier met name om machten en logaritmen, waarbij ook de oneigenlijke machten een rol spelen:



- Functievoorschrift opstellen

Er worden twee punten gegeven door hun coördinaten. Gevraagd wordt een lijn of exponentiële functie te bepalen door deze punten. Bij een lijn:

Een functievoorschrift opstellen

Volgende oefening Toon hint Type Lin Exp Niveau Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

Bereken een vergelijking van de lijn door de punten (14;17) en (31;-2)

$$\text{Hellingsgetal} = \frac{-2 - 17}{31 - 14} = \frac{-19}{17} = -\frac{19}{17}$$

De lijn heeft vergelijking $y = a x + b$ met $a = -\frac{19}{17}$

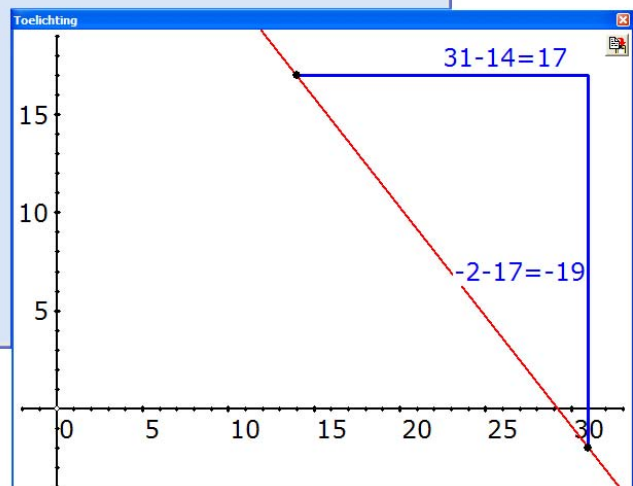
Bepaal b door (14;17) (of (31;-2)) hierin in te vullen:

$$17 = -\frac{19}{17} \cdot 14 + b$$

$$b = \frac{555}{17}$$

De lijn heeft vergelijking $y = -\frac{19}{17}x + \frac{555}{17}$

De opgave is af.



Bij een exponentieel model:

Een functievoorschrift opstellen

Volgende oefening

✓ Toon hint Type: Lin Exp Niveau: Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

Bereken een voorschrift van de exponentiële functie door de punten (2;42) en (4;5)

Tijdsverschil = $4 - 2 = 2$

Groefactor = $\frac{5}{42} = g^2$ (met g = groefactor per tijdseenheid)

De groefactor per tijdseenheid = $g = \sqrt{\frac{5}{42}} = 0,345$

Het functievoorschrift van de groefunctie: $f(t) = b \cdot 0,345^t$

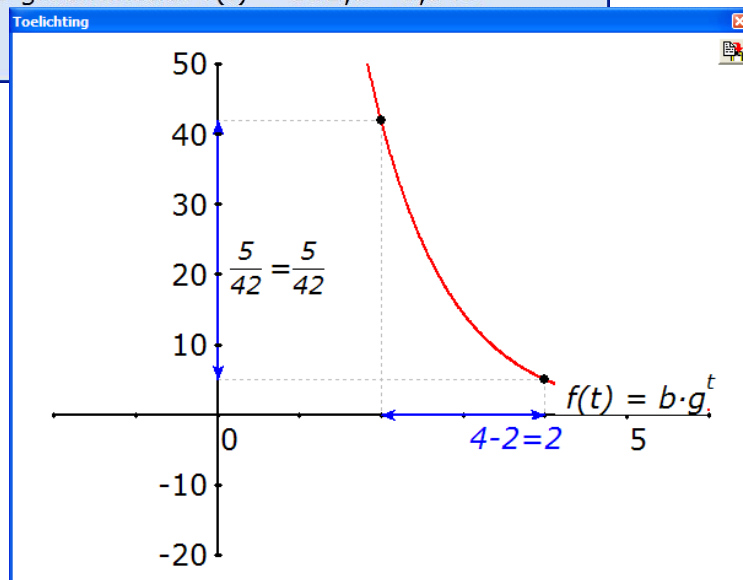
Bepaal b door (2;42) (of (4;5)) hierin in te vullen:

$42 = b \cdot 0,345^2 = b \cdot 0,119$

$b = \frac{42}{0,119} = 352,8$

Het functievoorschrift van de groefunctie: $f(t) = 352,8 \cdot 0,345^t$

De opgave is af.



- Logartimen (1)
Er kan worden geoefend om de exacte waarde van een log-uitdrukking te berekenen (indien mogelijk)

Logaritme oefeningen (basis)

Volgende oefening

Bereken exact:

${}^{125}\log\left(\frac{1}{625}\right) =$

$\frac{{}^5\log\left(\frac{1}{625}\right)}{{}^5\log(125)} =$

$-\frac{4}{3}$

Toelichting

${}^2\log(8) = 3$ want $2^3 = 8$

Algemeen:

${}^g\log(a) = b \Leftrightarrow g^b = a$

Overgang op ander grondtal:

${}^p\log(a) = \frac{{}^g\log(a)}{{}^g\log(p)}$

$\frac{1}{g^n} = g^{-n}$

- Logaritmen (2)
Hier wordt het algebraïsch herleiden van log-uitdrukkingen geoefend:

Logaritme oefeningen (gevorderd)

Volgende oefening Toon hint

Schrijf als één log-uitdrukking:

$${}^2\log(3) - 3 \cdot {}^2\log(3) + 1$$

$${}^2\log(3) + {}^2\log(3^{-3}) + {}^2\log(2)$$

$${}^2\log(3 \cdot 3^{-3} \cdot 2)$$

$${}^2\log\left(3 \cdot \frac{1}{27} \cdot 2\right)$$

$${}^2\log\left(\frac{6}{27}\right) = {}^2\log\left(\frac{2}{9}\right)$$

Toelichting

$${}^g\log(a) = b \Leftrightarrow g^b = a$$

$${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$$

$${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log(a : b)$$

$$k \cdot {}^g\log(a) = {}^g\log(a^k)$$

$$g^{-n} = \frac{1}{g^n}$$

- Groeifunctie herleiden

Herleiding van machtsuitdrukkingen (1)

Volgende oefening Toon hint

Bepaal beginhoeveelheid en groeifactor van

$$f(x) = 7^{3x + 1}$$

$$f(x) = 7^{3x} \cdot 7^1 = 7^1 \cdot 7^{3x}$$

$$f(x) = 7^1 \cdot (7^3)^x$$

$$f(x) = 7 \cdot 343^x$$

Beginhoeveelheid = 7
Groeifactor = 343

Toelichting

$$g^{a+b} = g^a \times g^b$$

$$g^{ab} = (g^a)^b$$

$$g^{-n} = \frac{1}{g^n}$$

- Schrijf groeifunctie als 10-macht

Herleiding van machtsuitdrukkingen (2)

Volgende oefening Toon hint

$$f(x) = 2^{x + 1}$$

$$f(x) = 10^{\log(2^{x + 1})}$$

$$f(x) = 10^{(x + 1) \cdot \log(2)}$$

$$f(x) = 10^{\log(2) \cdot x + \log(2)}$$

$$f(x) \approx 10^{0,301x + 0,301}$$

Toelichting

$$c = 10^{\log(c)}$$

$$g^a \times g^b = g^{a+b}$$

$$\log(a^k) = k \cdot \log(a)$$

- Kwadratische ongelijkheden
 Het volgende principe van hoe een ongelijkheid waterdicht kan worden opgelost, wordt hier ge oefend:
 - maak een grafiek van het linker- en rechterlid van de ongelijkheid;
 - Kleur in de grafiek het deel dat voldoet aan de ongelijkheid
 - bereken de coördinaten van de eventuele snijpunten
 - schrijf de oplossing op
 Hierbij wordt veel aandacht besteed aan het duidelijk verwoorden en overzichtelijk opschrijven.
 Een voorbeeld:

Kwadratische ongelijkheden oefenen

Volgende oefening

$x^2 - 5x - 28 > -4x + 2$

Teken de grafieken van

$y_1 = x^2 - 5x - 28$

$y_2 = -4x + 2$

Bepaal x-coördinaat snijpunten:

$x^2 - 5x - 28 = -4x + 2$

$x^2 - 5x - 28 + 4x - 2 = 0$

$x^2 - x - 30 = 0$

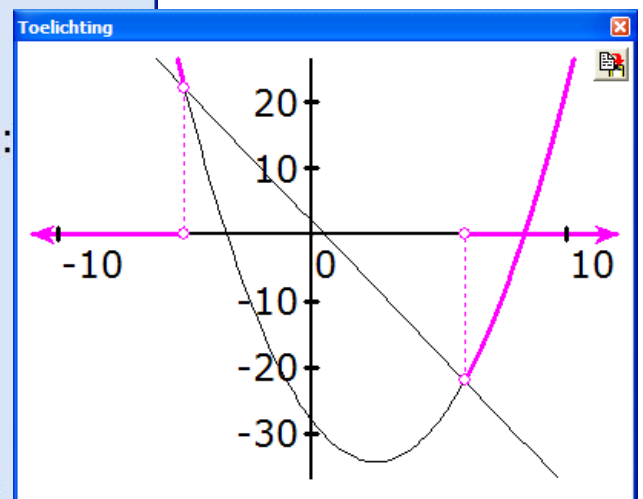
$(x + 5)(x - 6) = 0$

$x = -5$ of $x = 6$

De oplossing: $x < -5$ of $x > 6$

Intervalnotatie: $\langle \leftarrow; -5 \rangle$ en $\langle 6; \rightarrow \rangle$

Stop



- Logaritmische ongelijkheden

Door hiermee te oefenen worden natuurlijk allereerst de log-formules geoefend. Omdat asymptoten een rol spelen en er domeinbeperkingen zijn, is dit type ongelijkheden pittig maar zeer nuttig. Hierbij wordt, na berekening van de snijpunten, de oplossing ook grafisch in beeld gebracht.

Een voorbeeld bij het rekendeel:

Niveau
 Eenvoudig Gevorderd Expert Stop ?

Volgende oefening Toon hint

${}^2\log(16x) \leq 8 - {}^2\log(10 - x)$

Eerst op te lossen:

${}^2\log(16x) = 8 - {}^2\log(10 - x)$

${}^2\log(16x) + {}^2\log(10 - x) = 8$

${}^2\log(16x(10 - x)) = 8$

$16x(10 - x) = 2^8 = 256$

$-16x^2 + 160x - 256 = 0$

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$(x - 2)(x - 8) = 0$

$x = 2$ of $x = 8$

Teken nu de grafieken van de functies
 $y = {}^2\log(16x)$ en $y = 8 - {}^2\log(10 - x)$

Kleur de oplossing en formuleer het antwoord

$\langle 0 ; 2]$ of $[8 ; 10 \rangle$

$0 < x \leq 2$ of $8 \leq x < 10$

(Bedenk: de oplossing ligt tussen de domeingrenzen 0 en 10)

Toelichting

$p = p^1$

$p^a \cdot p^b = p^{a+b}$

$ap^c + bp^c = (a + b)p^c$

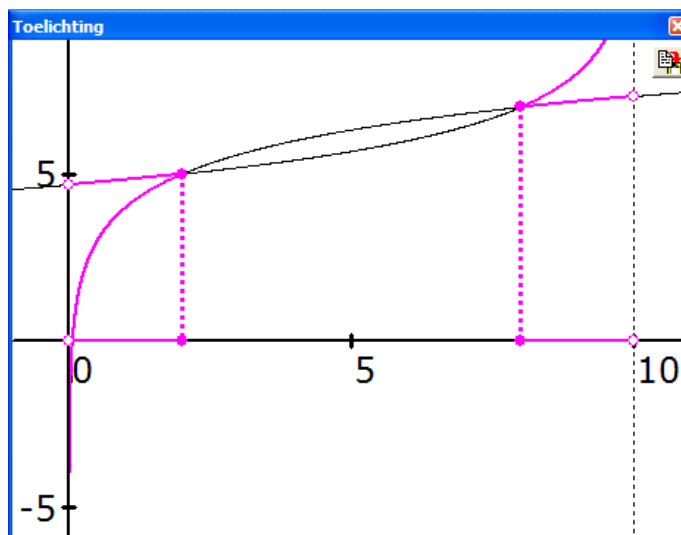
${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$

${}^g\log(a) = b \Rightarrow a = g^b$

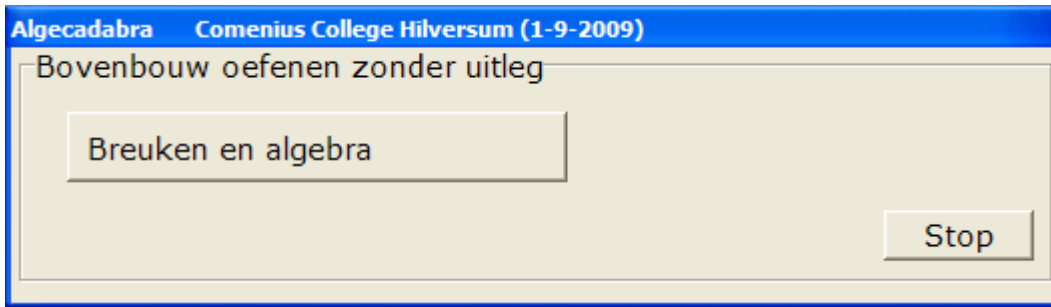
In de eerste regel staat een gegeneerde ongelijkheid.

Eerst wordt de erbij behorende vergelijking opgelost. Tijdens deze berekening verschijnt per rekenstap één volgende rekenregel en wordt onderaan het venster beschreven welke volgende stap moet worden uitgewerkt.

Niet alleen worden de eventuele snijpunten berekend, ook worden de grafieken getoond en wordt de ongelijkheid zelf (grafisch en algebraïsch) opgelost:



Bovenbouw oefenen zonder uitleg



- Breuken en algebra
Eerst moet je naam worden ingevuld en kan er gekozen worden uit verschillende opties. Bijvoorbeeld werken met letterbreuken.

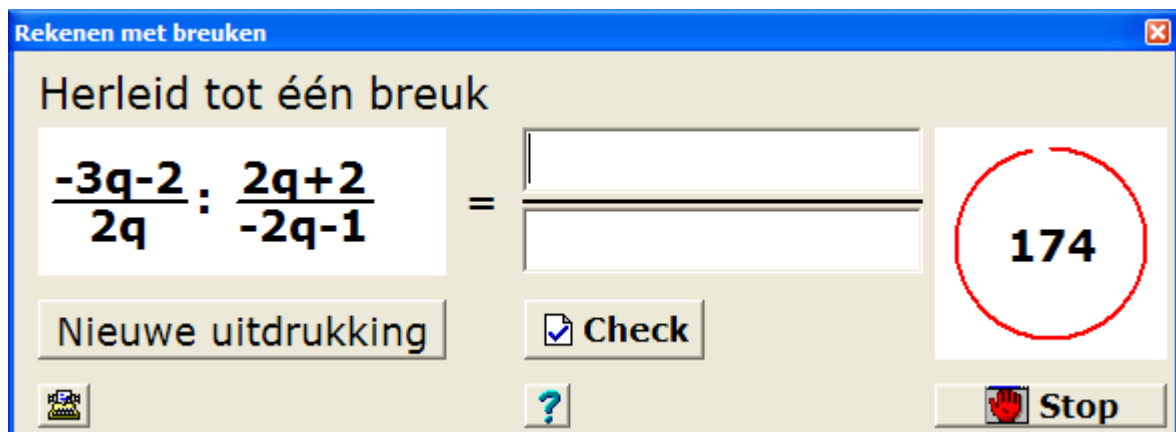


Je kunt bij de instellingen hierboven oefenen in het algebraïsch optellen en aftrekken van breuken.

Het percentage juiste antwoorden wordt bijgehouden en er is een tijdslimiet per opgave (de tijd loopt zichtbaar af.)

Er zijn ondersteunende hulpknopjes beschikbaar. Bij gebruik ervan gaat een stukje van de score af.

Er wordt automatisch een verslag op naam van gemaakt (de opgave zelf, benodigde tijd, gebruikte hulpknopjes, foutieve antwoorden).



Natuurkunde

Momenteel wordt de lenzenformule aangeboden.

Door elkaar wordt telkens één van de onbekenden óf de voorwerpsafstand, de beeldafstand óf de brandpuntsafstand. De andere twee waarden worden gegeven. Er verschijnt een applet bij, waarin de leerling in de tekening dynamisch punten kan verplaatsen om te onderzoeken hoe wijziging van een van de gegevens de andere beïnvloedt.

De lenzenformule

Volgende oefening

✓ Toon hint

Niveau
Eenvoudig Gevorderd Expert

Stop ?

Voorwerpsafstand = 8; beeldafstand = 24

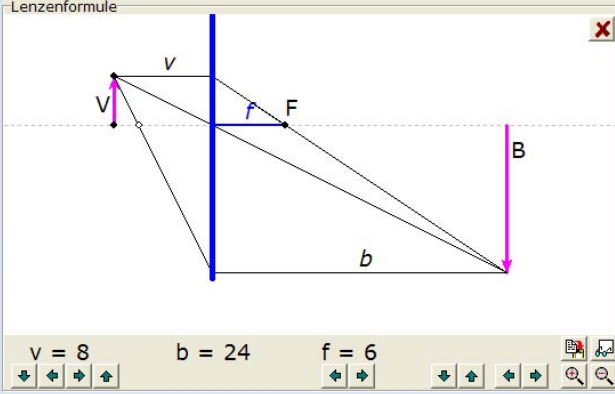
Bereken de brandpuntsafstand

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$$
$$\frac{1}{f} = \frac{3}{24} + \frac{1}{24}$$
$$\frac{1}{f} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$f = 6$

De brandpuntsafstand = 6

De herleiding is af.

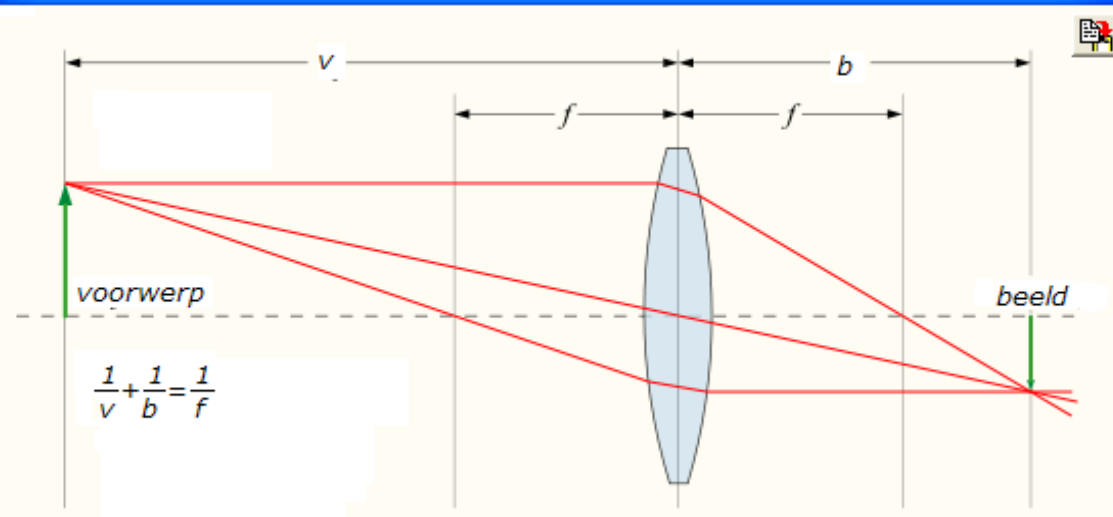


Lenzenformule

$v = 8$ $b = 24$ $f = 6$

Als toelichting kan een algemeen plaatje bij de lenzenformule worden opgevraagd.

Toelichting



$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

Economie

Momenteel wordt oefenen met percentages aangeboden.

Dit is hetzelfde applet als bij het wiskundige deel maar nu start de applet op in de mode 'in één keer', zoals bij dit vak gebruikelijk is:

The screenshot shows a window titled "Oefenen met procenten" with a blue border. On the left side, there is a control panel with the following elements:

- A question mark icon in a small box.
- A label "Volgende oefening" followed by a blank line and the text "% van 110 = 77".
- A checked checkbox labeled "Toon hint".
- A section titled "Niveau" with three radio buttons: "Eenvoudig" (selected), "Gevorderd", and "Expert".
- A section titled "Aanpak" with four radio buttons: "Via 1%", "Handiger", "Vergelijking", and "In één keer" (selected and circled in red).
- A label "Aantal decimalen" followed by a dropdown menu showing the number "2".
- A "Stop" button at the bottom.

The main area of the window is light blue and contains the following text:

$\frac{77}{110} \times 100 \% = 70 \%$

At the bottom of the main area, the text "De opgave is af." is displayed.